

Aufgabe 1 — Nachtwache

Agentin Nü und Agent Mü sind heute mit der Nachtwache im Hauptquartier an der Reihe. Dazu machen sie Kontrollgänge durch das Gebäude. Sie starten immer gemeinsam. Agentin Nü startet ihren Rundgang durch das komplette Erdgeschoss, in den Garten, die Garagen und zurück. Dieser dauert 28 Minuten. Agent Mü geht über das Treppenhaus in den ersten Stock und das Dachgeschoss. Er ist nach 12 Minuten wieder zurück. Wenn der jeweils andere gleichzeitig ankommt, dann gönnen sich die drei eine kurze Pause von 10 Minuten. Ansonsten starten sie sofort einen neuen Rundgang. Nach wie vielen Minuten findet die erste kurze Pause statt?

Aufgabe 2 — Mittagessen

Auch Agenten haben Hunger. Meistens muss es jedoch schnell gehen, deshalb gibt es in der Kantine oft Gerichte, die der Koch schnell zubereiten kann. Heute möchte er seine berühmten Fleischbällchen servieren. Diese sind zwar sehr klein, aber unheimlich lecker. Er weiß schon aus Erfahrung, dass die Agenten entweder eine 90-er Portion für den kleinen Hunger mitnehmen, oder eine 126-er Portion direkt in der Kantine zu sich nehmen. Er hat nun zehntausend Stück vorbereitet und möchte sie immer frisch aus frittieren, wenn eine Bestellung eingeht. Deshalb verpackt er sie in Tüten. Diese sollen jeweils gleich viele Bällchen beinhalten, so dass er aus möglichst wenigen Tüten entweder eine 90-er oder eine 126-er Portion zusammenstellen kann, ohne dass er dann nochmals einzelne Bällchen abzählen muss. Wie viele Bällchen sollte er in jede Tüte packen? Wie viele Tüten benötigt er dann, wenn eine 90-er (126-er) Portion bestellt wird?

Den **größten gemeinsamen Teiler** kürzen wir mit ggT ab. Es ist also $\text{ggT}(4,6)=2$, $\text{ggT}(12,15)=1$, $\text{ggT}(12,24)=12$.

Das **kleinste gemeinsame Vielfache** kürzen wir mit kgV ab. Es ist also $\text{kgV}(4,6)=12$, $\text{kgV}(12,15)=60$ und $\text{kgV}(12,24)=24$.

Aufgabe 3

$\text{kgV}(6,7)=$	$\text{kgV}(12,18)=$
$\text{kgV}(14,18)=$	$\text{kgV}(2,3)=$
$\text{kgV}(84,102)=$	$\text{kgV}(18,36)=$
$\text{ggT}(6,7)=$	$\text{ggT}(12,18)=$
$\text{ggT}(14,18)=$	$\text{ggT}(2,3)=$
$\text{ggT}(84,102)=$	$\text{ggT}(18,36)=$

Aufgabe 4

Die Primfaktorzerlegungen mehrerer Zahlen lassen sich geschickt vergleichen, wenn man gleiche Primfaktoren untereinander schreibt, z.B. für die Zahlen 300 und 630 so:

$$\begin{array}{r} 300= 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \\ 630= 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \end{array}$$

- Führe dies für mindestens 3 selbstgewählte Zahlenpaar durch, indem du die Primfaktorzerlegung der beiden Zahlen, des ggT und des kgV dieser Zahlen untereinander schreibst.
- Überlege dir eine Regel, wie man aus den Primfaktorzerlegungen der beiden Zahlen auf deren ggT und kgV kommen kann, und schreibe sie auf.
- Überprüfe deine Regel an weiteren Beispielen bzw. an der vorigen Aufgabe.

Aufgabe 5

„Das kgV kann bei der Addition und Subtraktion von Brüchen sehr hilfreich sein.“

Wie ist diese Aussage gemeint? Führe zunächst einige Beispieladditionen von Brüchen durch. Überlege dabei: Wie kann das kgV welcher Zahlen geschickt eingesetzt werden? Wie würde man ohne die Kenntnis dieses kgV vorgehen? Formuliere dann eine Vorgehensweise zur Addition und Subtraktion von Brüchen, in der das kgV (geschickt) eingesetzt wird.

Aufgabe 6

Auf der Rasenfläche des Agenten-Hauptquartiers soll eine rechteckige Landefläche für Hubschrauber durch Lampen umrahmt werden. Die Landefläche soll 16 m lang und 12 m breit sein. Der Abstand der Lampen soll gleich groß sein und in „ganzen Metern“ gewählt werden. An allen vier Ecken muss eine Lampe gesetzt werden. Bestimme, wie viele Lampen dazu auf jeden Fall nötig sind.

Aufgabe 7

Beim sogenannten Cooper-Test darf man auf der 400m-Bahn im Leichtathletik-Stadion zwölf Minuten lang so viele Runden laufen, wie man schafft. Beim Sporttag der Agenten läuft Agent Mü gegen einen deutlich fitteren Kollegen. Während Mü für eine Runde 84s benötigt, ist der Kollege bereits jeweils nach 72s wieder an der Startlinie. Ermittle, ob es während des Cooper-Tests passiert, dass Mü die Startlinie gleichzeitig mit seinem Kollegen überquert.

Aufgabe 8

Überzeuge dich von der Richtigkeit der folgenden Aussage mithilfe einiger selbstgewählter Beispiele und begründe dann, dass sie allgemeingültig ist:

„Das Produkt aus zwei Zahlen ist gleich dem Produkt ihres ggT mit ihrem kgV“