Teilbarkeitsregeln im Dezimalsystem

Im folgenden sei $n \in \mathbb{N}$.[1]

$2 \mid n$ falls n auf 0,2,4,6 oder 8 endet.

$2 \mid n$ *bedeutet 2 teilt n ohne Rest.*

Beweis: Nachrechnen zeigt, dass 0,2,4,6 und 8 durch 2 teilbar sind. Jede beliebige Zahl lässt sich Schreiben als ein Vielfaches von 10 und plus ihre letzte Ziffer (z.B. 123=120+3). Der erste Summand ist somit immer durch 10 und somit auch durch 2 teilbar, es kommt also nur auf die letzte Ziffer an.

$3 \mid n$ falls die Quersumme von n durch 3 teilbar ist.

Beispiel: $3 \mid 12345$ da 1+2+3+4+5=15

$4 \mid n$ falls die die Zahl bestehend aus den letzten beiden Ziffern durch 4 teilbar ist.

Beispiel: $4 \mid 25612$ da $4 \mid 12$

$5 \mid n$ falls n auf 0 oder 5 endet.

Beispiel: $5 \mid 12415$ da sie auf 5 endet.

$6 \mid n$ falls $2 \mid n$ und $3 \mid n$.

Beispiel: $6 \mid 426$ da $2 \mid 426$ und $4+2+6 = 12$ also $3 \mid 426$

$8 \mid n$ falls die die Zahl bestehend aus den letzten beiden Ziffern durch 8 teilbar ist.

Beispiel: $8 \mid 25816$ da $8 \mid 816$

$9 \mid n$ falls die Quersumme von n durch 9 teilbar ist.

Beispiel: $9 \mid 945$ da 9+4+5=18

$10 \mid n$ falls n auf 0 endet.

$11 \mid n$ falls der Betrag der alternierende Quersumme von n durch 11 teilbar ist.

Beispiele: $11 \mid 1342$ da 1-3+4-2=0
$11 \nmid 1234$ da 1+2+3+4=10
$11 \mid 4290$ da 4-2+9-0=11
$11 \mid 1507$ da 1-5+0-7=-11

Aufgabe 1

Passe den Beweis der Regel für 2 an die Fälle 4, und 8 an.

Aufgabe 2

Der Beweis für die Teilbarkeitsregeln für 3 bzw. 9 ist nicht ganz so einfach. Geh das Beispiel durch und beschreibe die einzelnen Schritte mit deinen Worten.

$$\begin{aligned} 351 &= 3 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 1 \\ &= 3 \cdot (99+1) + 5 \cdot (9+1) + 1 \cdot 1 \\ &= \underbrace{3 \cdot 99 + 5 \cdot 9}_{\text{durch 9 teilbar}} + (3+5+1) \end{aligned}$$

Aufgabe 3

a und b sind frei wählbare Ziffern. Gib jeweils mindestens eine Möglichkeit für a und b an, so dass die Zahl $125ab3$

a) durch 2 teilbar ist

b) durch 3 teilbar ist

c) durch 6 teilbar ist

d) durch 5 und 3 teilbar ist

Allgemeine Teilbarkeitsregeln

Die Teilbarkeitsregeln gelten nicht allgemein in jeder Darstellungsform. So wäre $12_3 = 1 \cdot 3^1 + 2 \cdot 3^0 = 3 + 2 = 5$ nicht durch 2 teilbar, endet aber auf 2 im 3er-System.

Jedoch gilt, dass immer wenn eine Zahl auf 0 endet, sie durch die Zahl teilbar ist, die dem System zu Grunde liegt.

Beispiele:	1010_2 ist durch 2 teilbar	120_3 ist durch 3 teilbar
	$7 \mid 234560_7$	$7 \nmid 234562_7$
	$16 \nmid 2F4AA0_{16}$	$16 \nmid 2FFA_{16}$

Man kann aus dieser Regeln manchmal noch mehr ablesen, da eine Zahl die durch n teilbar ist, immer auch durch die Teiler von n teilbar ist. So ist jede Zahl die durch 16 teilbar ist, also auf 0 im Hexadezimalsystem endet auch durch 2,4 und 8 teilbar. Jedoch enden alle Zahlen die durch 16 teilbar sind im Hexadezimalsystem auf 0. $A2_16$ ist jedoch durch 2 teilbar aber endet nicht auf 0.

[1] Im folgenden darf man für n jede beliebige natürliche Zahl (1, 2, 3,...) einsetzen.

pirmingohn@gmail.com