Vektoraufgaben aus dem Pflichtteilen von ’04 bis ’15

Klassische Aufgaben

A 1 Abi’04 - PTV

Gegeben sind die Gerade g und die Ebene E durch:

$$g:\ \vec{x}=\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}2\\-2\\2\end{pmatrix}\ t\in\mathbb{R}\text{ und}$$

$$E:\ 4x_1-2x_2+4x_3=11$$

Prüfe nach ob der Punkt $A(3|0|2)$ auf der Geraden g liegt. Zeige: Die Gerade g ist orthogonal zur Ebene E. Bestimme die Koordinaten desjenigen Punktes der Ebene E , welcher von Punkt A den kleinsten Abstand hat.

A 2 Abi’05 - PTV

Ermittel eine Koordinatengleichung der Ebene die den Punkt $A(2|-1|-2)$ und die Gerade

$$g:\ \vec{x}=\begin{pmatrix}3\\3\\1\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}3\\0\\1\end{pmatrix},\ t\in\mathbb{R}\text{ enthält.}$$

A 3 Abi’07 - PTV

Gegeben sind die Ebenen E und F durch

$$E:\vec{x}=\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}+r\cdot\begin{pmatrix}1\\0\\2\end{pmatrix}+s\cdot\begin{pmatrix}-1\\1\\0\end{pmatrix}$$

und $F:\ \left(\vec{x}-\begin{pmatrix}2\\1\\-2\end{pmatrix}\right)\cdot\begin{pmatrix}2\\2\\1\end{pmatrix}=0$ mit $r,s\in\mathbb{R}$. Zeige, dass die Ebenen parallel sind und bestimme ihren Abstand.

A 4 Abi’08 - PTV1

Gegeben sind die zwei parallelen Geraden g und h durch

$$g:\ \vec{x}=\begin{pmatrix}2\\9\\4\end{pmatrix}+s\cdot\begin{pmatrix}3\\-4\\1\end{pmatrix}$$

$$h:\ \vec{x}=\begin{pmatrix}1\\2\\5\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}6\\-8\\2\end{pmatrix}\ \text{mit } s,t\in\mathbb{R}$$

Bestimme den Abstand der beiden Geraden.

A 5 Abi’08 - PTV2

Die Ebene E ist gegeben durch die Punkte $A(1{,}5|0|0)$, $B(0|3|0)$ und $C(0|0|6)$. Untersuche, ob die Gerade

$$g:\ \vec{x}=\begin{pmatrix}-4\\2\\3\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}-2\\3\\2\end{pmatrix}\ \text{mit } t\in\mathbb{R}$$

parallel zur Ebene E verläuft.

A 6 Abi’10 - PTV

Gegeben sind die Punkte $A(2|4|1)$, $B(0|2|-1)$, $C(4|-2|1)$ und $A(-1|9|0)$.
Überprüfe ob diese vier Punkte in einer Ebene liegen.

A 7 Abi’10 - PTV2

Gegeben sind die Ebene $E:\ 3x_1-4x_3=-7$ und der Punkt$P(9|-4|1)$.

a) Berechne den Abstand von P zu E

b) Der Punkt $S(-1|1|1)$ liegt auf E. Bestimme den Punkt Q auf der Geraden durch S und P, der genauso weit von E entfernt ist wie P

A 8 Abi’11 - PTV

Gegeben sind die Ebene E und die Gerade g

$$E:\ \left(\vec{x}-\begin{pmatrix}-1\\4\\-3\end{pmatrix}\right)\cdot\begin{pmatrix}8\\1\\-4\end{pmatrix}=0$$

$$g:\ \vec{x}=\begin{pmatrix}7\\5\\-7\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}1\\-4\\1\end{pmatrix};\ t\in\mathbb{R}$$

a) Zeige, dass E und g parallel zueinander sind

b) Bestimme den Abstand von E und g

A 9 Abi’12 - PTV

Gegeben sind die Ebenen

$$E:\ \left(\vec{x}-\begin{pmatrix}1\\2\\1\end{pmatrix}\right)\cdot\begin{pmatrix}4\\-1\\2\end{pmatrix}=0\text{ und}$$

$F:\ x_2+2x_3=8$.
Bestimme die Gleichung der Schnittgerade.

pirmingohn@gmail.com

A 10 Abi’12 - PTV2

Gegeben sind der Punkt $A(1|1|3)$ und die Ebene $E:\ x_1 - x_3 - 4 = 0$.

a) Welche besondere Lage hat E im Koordinatensystem?

b) Der Punkt A wird an der Ebene E gespiegelt, bestimme die Koordinaten des Bildpunktes.

A 11 Abi’13 - PTV1

Die Gerade g verläuft durch die Punkte $A(1|-1|3)$ und $B(2|-3|0)$. Die Ebene E wird von g orthogonal geschnitten und enthält den Punkt $C(4|3|-8)$. Bestimme den Schnittpunkt S von g und E. Untersuche, ob S zwischen A und B liegt.

A 12 Abi’13 - PTV2

Gegeben sind die beiden Ebenen:
$E_1:\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 = -1$ und

$$E_2:\ \vec{x} = \begin{pmatrix} 7 \\ 7 \\ 5 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Zeige, dass die beiden Ebenen parallel zueinander sind. Die Ebene E_3 ist parallel zu E_1 und E_2 und hat von beiden Ebenen den selben Abstand. Bestimme eine Gleichung der Ebene E_3.

A 13 Abi’14 - PTV

Gegeben sind die Punkte $A(1|10|1)$, $B(-3|13|1)$ und $C(2|3|1)$. Die Gerade g verläuft durch A und B. Bestimme den Abstand des Punktes C von der Geraden g.

A 14 Abi’15 - PTV

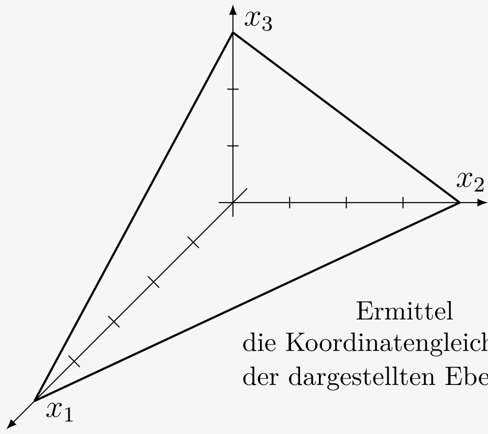
Gegeben sind die drei Punkte $A(4|0|4)$, $B(0|4|4)$ und $C(6|6|2)$.

a) Zeige, dass das Dreieck ABC gleichschenklig ist

b) Bestimme die Koordinaten eines Punktes, der das Dreieck ABC zu einem Parallelogramm ergänzt und veranschauliche durch eine Skizze, wie viele solche Punkte es gibt.

3D Darstellungen

A 15 Abi’04 - PTZD



Ermittel die Koordinatengleichung der dargestellten Ebene

A 16 Abi’06 - PTZD

Gegeben sind die Ebenen
$E_1:\ 4x_1 + 3_2 + 2x_3 = 6$ und $E_2:\ 3x_1 + 2x_2 = 6$
Stelle die beiden Ebenen in einem Koordinatensystem dar und zeichne die Schnittgerade der beiden Ebenen ohne weitere Rechnung ein.

A 17 Abi’09 - PTZD

Gegeben sind die Ebene $E: x_1 + x_2 = 4$ und die

Gerade $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$; $t \in \mathbb{R}$

a) Veranschauliche die Ebene in einem Koordinatensystem.

b) Untersuche die gegenseitige Lage von E und g.

c) Bestimme den Abstand des Ursprungs von der Ebene.

A 18 Abi’14 - PTZD

Gegeben sind die Ebenen $E:\ x_1 + x_2 = 4$ und $F:\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 4$.

a) Stelle die beiden Ebenen in einem gemeinsamen Koordinatensystem dar und gib die Gleichung der Schnittgerade an.

b) Die Ebene G ist parallel zur x_1-Achse und schneidet die x_2x_3-Ebene in der selben Spurgerade wie die Ebene F. Gib eine Gleichung der Ebene G an.

A 19 Abi’15 - PTZD

Gegeben sind die Ebenen $E:\ 4x_1 + 3x_3 = 12$

a) Stelle E in einem Koordinatensystem dar

b) Bestimmen Sie alle Punkte der x_3-Achse, die von E den Abstand 3 haben.

„Aufgabe 8“ (neuerdings 6)

A 20 Abi’04 - PTBB

Gegeben sind im Raum eine Gerade g und ein Punkt A, der nicht auf g liegt. Beschreibe ein Verfahren zur Bestimmung des Abstandes von A zu g.

A 21 Abi’05 - PTBB

Gegeben sind eine Ebene E und ein Punkt P, der nicht in E liegt. P wird an E gespiegelt. Beschreibe ein Verfahren, um den Bildpunkt P' zu bestimmen. Fertige dazu eine Skizze an.

A 22 Abi’06 - PTBB

Gegeben sind eine Ebene E und ein Punkt P, der nicht in E liegt. P wird an E gespiegelt. Beschreibe ein Verfahren, um den Bildpunkt P' zu bestimmen. Fertige dazu eine Skizze an.

A 23 Abi’07 - PTBB

Von einem senkrechten Kreiskegel kennt man die Koordinaten der Spitze S, die Koordinaten eines Punktes P des Grundkreises sowie eine Koordinatengleichung der Ebene E, in der der Grundkreis liegt. Beschreibe ein Verfahren, um den Mittelpunkt M und den Radius r des Grundkreises zu bestimmen.

A 24 Abi’08 - PTBB

Gegeben sind die beiden Ebenen
$E_1:\ (\vec{x} - \vec{p_1}) \cdot \vec{n_1} = 0$ und
$E_2:\ (\vec{x} - \vec{p_2}) \cdot \vec{n_2} = 0$. Beschreibe ein Verfahren, mit dem man anhand dieser Normalengleichungen die gegenseitige Lage der beiden Ebenen untersuchen kann.

A 25 Abi’09 - PTBB

Gegeben sind eine Gerade g und ein Punkt A im Raum. A liegt nicht auf g. A wird an der Geraden g gespiegelt. Beschreibe ein Verfahren, um den Bildpunkt A' zu bestimmen.

A 26 Abi’10 - PTBB

Die Gerade g und die Ebene E schneiden sich im Punkt S. Die Gerade g' ist das Bild von g bei Spiegelung an der Ebene E. Beschreibe ein Verfahren, um eine Gleichung der Geraden g' zu ermitteln.

A 27 Abi’11 - PTBB

Gegeben sind eine Gerade g und ein Punkt A, der nicht auf g liegt. Beschreibe ein Verfahren, mit dem man denjenigen Punkt B auf g bestimmt, der den kleinsten Abstand von A hat.

A 28 Abi’12 - PTBB

Gegeben sind eine Ebene E und eine Gerade g, die in E liegt. Beschreibe ein Verfahren, mit dem man eine Gleichung einer Geraden h ermitteln kann, die orthogonal zu g ist und ebenfalls in E liegt.

A 29 Abi’14 - PTBB

Gegeben sind der Mittelpunkt einer Kugel sowie eine Ebene. Die Kugel berührt diese Ebene. Beschreiben Sie, wie man den Kugelradius und den Berührpunkt bestimmen kann.