

A	$3x + 6y - 2z = -4$		3 Gleichungen mit 3 Variablen; Ziel ist es nun durch geschickte Umformungen eine Variable in 2 unterschiedlichen Zeilen zu eliminieren
B	$3x + 2y + z = 0$		
C	$1,5x + 5y - 5z = -9$		
A	$3x + 6y - 2z = -4$		Aus den zwei neuen Gleichungen wird eine neue gebildet, so dass nur noch eine Variable vorkommt
B*	$4y - 3z = -4$	$B^* = A - B$	
C*	$-4y + 8z = 14$	$C^* = A - 2C$	
A	$3x + 6y - 2z = -4$		Eine Variable nach der anderen ermitteln und geschickt in eine der Gleichungen einsetzen
B*	$4y - 3z = -4$		
C**	$5z = 10$	$C^{**} = B^* + C^*$	

$$\begin{array}{rcl}
 C^{**} & 5z = 10 & | : 5 \\
 & z = 2 & \\
 z = 2 \text{ in } B^* & 4y - 6 = -4 & | + 6 | : 4 \\
 & y = 0,5 & \\
 z = 2 \text{ und } y = 0,5 \text{ in } A & 3x + 3 - 4 = -4 & | + 1 | : 3 \\
 & x = -1 & \\
 & \mathbb{L} = \{(-1; 0,5; 2)\} &
 \end{array}$$

Zur Ergebniskontrolle ist die Probe durchzuführen!

Führt der Lösungsweg zu einem Widerspruch wie $1 = 0$, so hat das lineare Gleichungssystem (LGS) keine Lösung und man gibt die leere Menge als Lösungsmenge an. Erhält man eine allgemein gültige Aussage wie etwa $2 = 2$ oder $0 = 0$, so gibt es unendlich viele Lösungen.

A	$x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 4$		Man kann schon hier sehen, dass es unendlich viele Lösungen gibt!
B	$3x_1 + 2x_2 - 5x_3 = 5$		
C	$2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 7$		
A	$x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 4$		Es entsteht eine „Nullzeile“ - das LGS besteht also auch 2 Gleichungen und 3 Unbekannten. Man wählt eine unbekannte fest, benennt sie neu und löst die anderen nach dieser Variable auf:
B*	$7x_2 - 14x_3 = -7$	$B^* = B - 3A$	
C*	$x_2 - 2x_3 = -1$	$C^* = C - 2A$	
A	$3x + 6y - 2z = -4$		
B*	$x_2 - 2x_3 = -1$		
C**	$0 = 0$	$C^{**} = B^* - 7C^*$	

$$\begin{array}{rcl}
 x_3 = k & & k \in \mathbb{R} \\
 x_2 = 2k - 1 & & \\
 x_1 = 2 + k & & \\
 \mathbb{L} = \{(2 + k; 2k - 1; k)\} & &
 \end{array}$$

A 1 Abi'05 - PTLGS

Löse das lineare Gleichungssystem (und deute die Lösung geometrisch)

$$\begin{array}{l}
 x_1 + 4x_2 + x_3 = 10 \\
 x_1 + 2x_2 + x_3 = 8 \\
 x_1 + x_2 - x_3 = 3
 \end{array}$$

A 2 Abi'07 - PTLGS

Löse das lineare Gleichungssystem (und deute die Lösung geometrisch)

$$\begin{array}{l}
 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 7 \\
 x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 14 \\
 x_1 - 5x_2 - 4x_3 = -21
 \end{array}$$

A 3 Abi'11 - PTLGS

Löse das lineare Gleichungssystem (und deute die Lösung geometrisch)

$$\begin{array}{l}
 -5x_1 + x_2 - 3x_3 = 7 \\
 5x_1 - 3x_2 - x_3 = -11 \\
 x_1 \quad \quad + x_3 = -1
 \end{array}$$