3 Terme

Ein Term ist ein mathematischer Ausdruck, der aus Zahlen, aus Rechenzeichen $(+, -, \cdot, :, \ldots)$ und aus Variablen besteht. Ein Term enthält **kein** Gleich- oder Ungleichheitszeichen.

Allgemeine Reihenfolge

Klammer, Potenz, Punkt vor Strich

3.1 Umgang mit Termen

Addition & Subtraktion

Man darf nur gleichartige Terme addieren. Hierbei addiert oder subtrahiert man die Koeffizienten. Die Reihenfolge ist beliebig.

Beispiel

$$3a + 4a = 7a$$
$$3a + 2a^2 = 3a + 2a^2 \qquad |\textit{nicht gleichartig!}$$
$$2a - a = a$$
$$a^2 - a^2 = 0$$

Multiplikation

Terme werden multipliziert, indem man jeweils die Zahlen und die Koeffizienten miteinander multipliziert. Die Reihenfolge ist beliebig.

Beispiel

$$3a \cdot 4a = 12a^2$$
$$3a \cdot 2a^2 = 6a^3$$
$$2a \cdot b = 2ab$$
$$3ab \cdot ab = 3a^2b^2$$
$$2a^2 \cdot b^2 = 2a^2b^2$$

Division

Terme werden dividiert, indem man sie in einen Bruch umwandelt und dann kürzt. Variablen mit Variablen, Koeffizienten mit Koeffizienten. Niemals Koeffizienten mit Potenzen!
(Der Nenner eines Bruchs darf nie Null sein, denke also an die Definitionsmenge $\mathbb{D}$)

Beispiel

$$(8ab^2) : (16a^2b) = \frac{8ab^2}{16a^2b} = \frac{b}{2a}$$
$$(3ab) : (2ab) = \frac{3ab}{2ab} = \frac{3}{2}$$
$$(2a) : (2a) = \frac{2a}{2a} = \frac{1}{1} = 1$$

Es ist üblich (nicht verpflichtend) eine gewisse Ordnung in einem Term zu befolgen:

- Koeffizienten stehen vor den Variablen
- Variablen werden alphabetisch sortiert
- Potenzen werden absteigen sortiert

Tipp

3.2 Bruchterme

Vereinfachen

- Kürzen!
  - Nur in Brüchen (Falls Produkte)
  - Nicht in Summen/Differenzen
- Beim Kürzen hilft oft ausklammern oder eine binomische Formel
- Geschickt erweitern (Hauptnenner)

Beispiel

$$\frac{a^2 + 2a + 4}{a^2 + a} \qquad |\text{nicht kürzbar}$$

$$\frac{3x + 3xy}{9xz - 27xa} = \frac{3x(1+y)}{9x(z-3a)} \qquad |\text{ausklam.}$$
$$= \frac{1+y}{3(z-3a)} \qquad |\text{kürzen}$$

$$\frac{a-b}{a^- b^2} = \frac{a-b}{(a-b)(a+b)} \qquad |\text{3.bin.Formel}$$
$$= \frac{1}{a+b}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{x}{x-1} = \frac{(x-1)}{x(x-1)} + \frac{x \cdot x}{x(x-1)} \qquad |\text{Hauptn.}$$
$$= \frac{(x-1) + x^2}{x(x-1)}$$
$$= \frac{x - 1 + x^2}{x(x-1)}$$
$$= \frac{x^2 + x - 1}{x(x-1)}$$

3.3 Gleichungen

Werden zwei Terme durch ein Gleichheitszeichen verbunden, so bekommt man eine Gleichung. Diese Gleichung kann stimmen, oder nicht. Sind Variablen im Spiel, so stimmt eine Gleichung meistens nicht für alle Werte. Alle Zahlen, die beim einsetzen in die Gleichung keinen Widerspruch erzeugen bilden zusammen die Lösungsmenge $\mathbb{L}$ der Gleichung.

Gleichungen auflösen

Summen durch subtrahieren
$x + 3 = 5 \Leftrightarrow x = 2$

Differenzen durch addieren
$x - 3 = 5 \Leftrightarrow x = 8$

Produkte durch dividieren
$3x = 5 \Leftrightarrow x = \frac{5}{3}$

Quotienten durch multiplizieren mit dem Nenner
$\frac{x}{3} = 5 \Leftrightarrow x = 15$

Wurzeln durch quadrieren
$\sqrt{x} = 5 \Leftrightarrow x = 25$

Quadrate durch Wurzel ziehen
$x^2 = 5 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{5}$

Potenzen durch logarithmieren
$3^x = 5 \Leftrightarrow x = log_3(5)$

Logarithmen durch exponenzieren
$log_3(x) = 5 \Leftrightarrow x = 3^5$

Beispiel

$$\begin{aligned} 3 - x = 5 &\Leftrightarrow 3 = 5 + x && (1)\\ &\Leftrightarrow -2 = x\\ \mathbb{L} &= \{-2\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{3}{x} = 5 &\Leftrightarrow 3 = 5x && (2)\\ &\Leftrightarrow \frac{3}{5} = x\\ \mathbb{L} &= \{\frac{3}{5}\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3x^2 - 4 = 8 &\Leftrightarrow 3x^2 = 12 && (3)\\ &\Leftrightarrow x^2 = 4\\ &\Leftrightarrow x = \pm 2\\ \mathbb{L} &= \{\pm 2\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{1}{2}x + 2} = 4 &\Leftrightarrow \frac{1}{2}x + 2 = 16 && (4)\\ &\Leftrightarrow \frac{1}{2}x = 14\\ &\Leftrightarrow x = 28\\ \mathbb{L} &= \{28\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2^{x+2} = 16 &\Leftrightarrow x + 2 = \log_2(16) && (5)\\ &\Leftrightarrow x + 2 = \log_2(2^4)\\ &\Leftrightarrow x + 2 = 4\log_2(2)\\ &\Leftrightarrow x + 2 = 4\\ &\Leftrightarrow x = 2\\ \mathbb{L} &= \{2\} \end{aligned}$$

Terme

Pirmin Gohn
Hans-Thoma-Gymnasium, Lörrach

„Die Mathematik ist das Alphabet, mit dem Gott die Welt geschrieben hat.“
Galileo Galilei