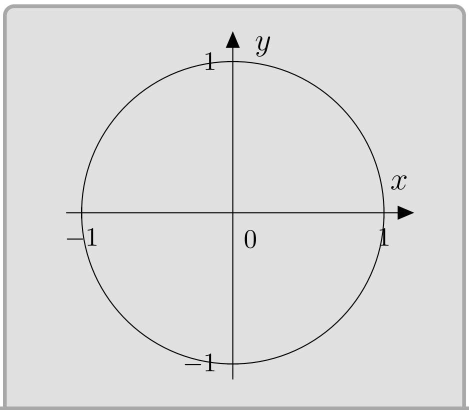


1. Problem:

2. Problem:

Sinus & Cosinus am Einheitskreis

In der Mathematik ist es immer wieder einmal nötig, auftretende Probleme dadurch zu lösen, dass man eine Definition erweitert oder gar neue Dinge einführt.

Definition

Gegeben sei ein Punkt $P_\alpha(x|y)$ auf dem Einheitskreis, dann wird festgelegt:

$$\sin(\alpha) = y \qquad \cos(\alpha) = x$$

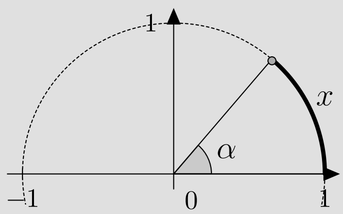
Definition

Unter dem **Bogenmaß eines Winkels** versteht man die Maßzahl seines Kreisbogens im Einheitskreis.
„Radiant“ kurz: rad (SI-Einheit)

Lemma

Für die Umrechnung vom Gradmaß α in das Bogenmaß x gilt:

$$\frac{\alpha}{360^\circ} = \frac{x}{2\pi}$$



α	0°	30°	45°	60°				
x					$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\sin(x)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$				
$\cos(x)$	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$				

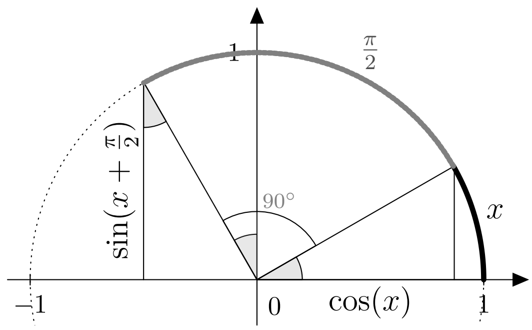
Ergänze die Tabelle - all diese Werte sollte man kennen!
Achtung in Maple rechnet standardmäßig im Bogenmaß und π wird als „Pi“ eingegeben.

Satz

Es gelten folgende Identitäten:

$$\sin(x) = \sin(x + 2\pi) \qquad (1)$$
$$\cos(x) = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) \qquad (2)$$
$$\sin(x) = -\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) \qquad (3)$$
$$\sin(x) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \qquad (4)$$
$$\cos(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \qquad (5)$$

(1) bedeutet insbesondere, dass sich die Funktionswerte im Abstand von 2π wiederholen
(2) Beweisskizze

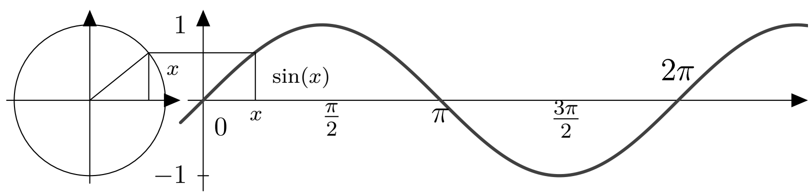


Notiere dir den genauen Beweis für (2) und beweise auf ähnliche Art & Weise auch (3) - (5)

Definition

Die Funktion f, mit $f(x) = \sin(x)$ heißt **Sinusfunktion**. Ihr Graph ist die Sinuskurve. Die Funktion ist dabei für alle reellen Zahlen oder eine Teilmenge davon definiert ($\mathbb{D}_f \subset \mathbb{R}$).

- $\mathbb{W}_f = \{-1 \leq x \leq |x \in \mathbb{R}\}$
- Cosinusfunktion analog
- Funktion ist periodisch und hat eine Periodenlänge von 2π
- Sinuskurve punktsymmetrisch zum Origo; Cosinusfunktion achsensymmetrisch zur y-Achse
- Die Inder führten den Sinus etwa 500 n.Chr. ein und nannten ihn „jiva“ was „Sehne“ bedeutet - die Araber übernammen die, doch beim Übersetzen ($\approx$ 1200 n.Chr.) ins Lateinische wurde ein Fehler gemacht, da „Sinus“ eigentlich „Bucht“ bedeutet



1

Untersuche mit Hilfe von Maple den Einfluss der Parameter auf den Graphen der allgemeinen Sinusfunktion

$$f(x) = a \cdot \sin(b(x - c)) + d = a \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{p}(x - c)\right) + d$$

Du solltest dazu erst immer nur einen Parameter ungleich 0 oder 1 wählen. Notiere deine Erkenntnisse und fertige eine Skizze an, in welcher möglichst viele deiner Erkenntnisse veranschaulicht werden.