

Untersuchung¹ des zur Funktion f gehörenden Graphen² Γ_f auf seine geometrischen Eigenschaften - diese Informationen erlauben es, eine Skizze des Graphen anzufertigen, aus der all diese für die Funktion charakteristischen Eigenschaften unmittelbar ablesbar sind. Es ist hingegen nicht das Ziel einer Kurvendiskussion eine möglichst genaue Zeichnung des Graphen der Funktion zu produzieren, das kann Maple viel besser!

Definitionsbereich Es wird die maximale Definitionsmenge \mathbb{D}_f angegeben, meistens ist dies die Menge \mathbb{R} aller reellen Zahlen. Man muss verhindern, dass durch Null geteilt würde oder die eine negative Zahl in einem Logarithmus oder unter einer Wurzel auftauchen würde

Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen Nullstellen (Lösungsmenge von $f(x) = 0$) und den y -Achsenabschnitt bestimmen $f(0)$ - bei den Nullstellen die Mehrfachheit beachten

Extrempunkte erste Ableitung gleich Null setzen (notwendige Bedingung) und ausschließen, dass es ein Sattelpunkt ist (entweder VZW³ von f' oder $f''(x) \neq 0$) (hinreichende Bedingung)

Wendepunkte zweite Ableitung Null setzen und zeigen, dass die dritte Ableitung an dieser Stelle nicht den Wert Null annimmt (Oft ist es hilfreich die Wendetangente zu bestimmen um noch mehr Informationen zu erhalten)

Wertebereich & Verhalten im Unendlichen Verhalten gegen unendlich am Summanden mit dem größten Exponenten ablesen und Extrempunkte für den Wertebereich⁴ \mathbb{W}_f bestimmen

Monotonie in welchen Bereichen (Intervallen) fällt oder steigt die Funktion (Extrempunkte ausnutzen)

Krümmungsverhalten in welchen Bereichen (Intervallen) ist der Graph rechts- bzw. linksgekrümmt (Wendepunkte ausnutzen)

Symmetrie mit Hilfe aller Informationen eine Vermutung zur Symmetrie aufstellen und gegebenenfalls nachweisen (Verschieben bei beliebiger Symmetrie)

Skizze mit dem markanten Informationen erstellen

A 1

Führe für folgende Funktionen eine Kurvendiskussion durch, du darfst Maple zur Hilfe nehmen, solltest aber möglichst viel zuerst von Hand probieren und es dann überprüfen - betrachte insbesondere den Plot^a erst nach der Skizze!

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 8x \quad (1)$$

$$f(x) = 1, 5x^4 + x^3 - 9x^2 \quad (2)$$

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x \quad (3)$$

$$f(x) = \frac{1}{32} (5x^4 - x^5) \quad (4)$$

$$f(x) = -\frac{1}{20}x^4 + \frac{2}{5}x^3 - \frac{16}{5}x \quad (5)$$

^avon Maple „gezeichneten“ Graphen

¹ daher oft auch „Funktionsuntersuchung“

² aka. Schaubild bzw. Kurve

³ Vorzeichenwechsel

⁴ Menge aller möglichen Funktionswerte